

2年 物理 5月課題 表紙

★提出時の注意★

※物理の初回授業に、担当の先生まで提出してください。

※このファイルをプリントアウトし、途中計算・解答を書き込んでください。

※プリントアウトできない場合は、B5のサイズのルーズリーフまたはレポート用紙に問題番号・途中計算・解答を書いてください。(問題は書いても書かなくても構いません。)

※必ず表紙をつけてください。

※表紙に学年・組・番号・氏名を書き、左上と右上をホッチキス止めしてください。

(クリップは認めません。)

_____年 _____組 _____番 氏名_____

2年 物理 練習問題 No.1

【1】 次の各問に答えよ。(基本問題)

(1)

下流から上流の向きを正として、速度の合成の公式 $v = v_1 + v_2$ を用いる。静水に対する船の速度は 5.0m/s 、流れの速度は -1.0m/s と表されるので、岸に対する船の速度 $v[\text{m/s}]$ は、

$$v = 5.0 + (-1.0) = 4.0[\text{m/s}] \quad \underline{\text{上流へ } 4.0\text{m/s}}$$

(2)

右向きを正として、相対速度の公式 $v_{AB} = v_B - v_A$ を用いる。

$v_A = 1.0[\text{m/s}]$ 、 $v_B = -5.0[\text{m/s}]$ なので、求める相対速度 $v_{AB}[\text{m/s}]$ は、

$$v_{AB} = -5.0 - 1.0 = -6.0[\text{m/s}] \quad \underline{\text{左向きに } 6.0\text{m/s}}$$

(3)

右向きを正として、等加速度直線運動の公式 $v = v_0 + at$ を用いる。 $v = -20[\text{m/s}]$ 、 $v_0 = 10[\text{m/s}]$ 、 $t = 5.0[\text{s}]$ なので、

$$-20 = 10 + a \times 5.0$$

$$a = -6.0[\text{m/s}^2] \quad \underline{\text{左向きに } 6.0\text{m/s}^2}$$

(4)

速度 $v[\text{m/s}]$ を求めるには、等加速度直線運動の公式 $v = v_0 + at$ を用いる。 $v_0 = 1.0[\text{m/s}]$ 、 $a = 0.50[\text{m/s}^2]$ 、 $t = 2.0[\text{s}]$ を代入すると、

$$v = 1.0 + 0.50 \times 2.0 = \underline{2.0[\text{m/s}]}$$

求める変位 $x[\text{m}]$ は、公式 $x = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$ から、 $x = 1.0 \times 2.0 + \frac{1}{2} \times 0.50 \times 2.0^2 = 3.0[\text{m}]$
 $\underline{3.0\text{m}}$

(5)

速度 $v[\text{m/s}]$ を求めるには、等加速度直線運動の公式 $v = v_0 + at$ を用いる。 $v_0 = 1.0[\text{m/s}]$ 、 $a = -0.50[\text{m/s}^2]$ 、 $t = 6.0[\text{s}]$ を代入すると、

$$v = 1.0 + (-0.50) \times 6.0 = \underline{-2.0[\text{m/s}]}$$

求める変位 $x[\text{m}]$ は、公式 $x = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$ から、 $x = 1.0 \times 6.0 + \frac{1}{2} \times (-0.50) \times 6.0^2 = -3.0[\text{m}]$
 $\underline{-3.0\text{m}}$

(6)

変位 $x[\text{m}]$ を求めるには、等加速度直線運動の公式 $v^2 - v_0^2 = 2ax$ を用いる。 $v_0 = 2.0[\text{m/s}]$ 、

$$v = 3.0[\text{m/s}]、a = 0.50[\text{m/s}^2] \text{ を代入すると、 } 3.0^2 - 2.0^2 = 2 \times 0.50x \quad \underline{x = 5.0[\text{m}]}$$

【2】

- (1) 平均の速度は、 $x-t$ グラフ上の2点を通る直線の傾きに相当する。求める平均の速度を \bar{v} [m/s] とすると、 \bar{v} は、(2.0s, 4.0m), (4.0s, 16.0m)の2点を通る直線の傾きに相当する。

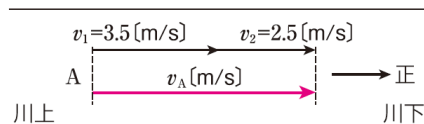
$$\bar{v} = \frac{16.0-4.0}{4.0-2.0} = 6.0 \text{ [m/s]}$$

- (2) 瞬間の速度は、その時刻における $x-t$ グラフの接線の傾きに相当する。求める瞬間の速度を v [m/s]とすると、これは時刻2.0sにおけるグラフの接線の傾きに相当する。接線は、(2.0s, 4.0m), (4.0s, 12.0m)の2点を通るので、

$$v = \frac{12.0-4.0}{4.0-2.0} = 4.0 \text{ [m/s]}$$

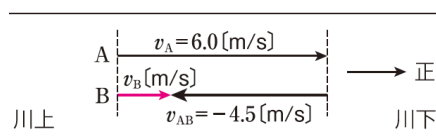
【3】

- (1) 上流から下流の向きを正として、岸から見たAの速度を v_A [m/s]、静水の場合のAの速度を v_1 [m/s]、流れの速度を v_2 [m/s]とすると、 $v_1=3.5$ [m/s]、 $v_2=2.5$ [m/s]であり、各速度の関係は図のようになる。



$$v_A = v_1 + v_2 = 3.5 + 2.5 = 6.0 \text{ [m/s]} \quad \text{上流から下流の向きに } 6.0 \text{ m/s}$$

- (2) 上流から下流の向きを正として、岸から見たBの速度を v_B [m/s]、Aから見たBの速度を v_{AB} [m/s]とする。
 $v_A=6.0$ [m/s]、 $v_{AB}=-4.5$ [m/s]であり、 $v_{AB}=v_B-v_A$ の
関係が成り立ち、これらの関係は図のようになる。



$$-4.5 = v_B - 6.0 \quad v_B = 1.5 \text{ [m/s]} \quad \text{上流から下流の向きに } 1.5 \text{ m/s}$$

【4】

- (1) 加速度は、 $v-t$ グラフの傾きに相当する。各区間における傾きを求める。

1分40秒は100秒なので、AB間の加速度 a_{AB} [m/s²]は、

$$a_{AB} = \frac{30-0}{100-0} = 0.30 \text{ [m/s}^2\text{]} \quad \text{進行する向きに } 0.30 \text{ m/s}^2$$

5分は300秒、3分は180秒なので、CD間の加速度 a_{CD} [m/s²]は、

$$a_{CD} = \frac{0-30}{300-180} = -0.25 \text{ [m/s}^2\text{]} \quad \text{進行する向きと逆向きに } 0.25 \text{ m/s}^2$$

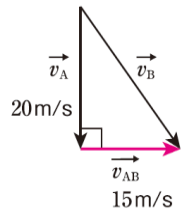
- (2) AD間の距離は、 $v-t$ グラフと時間軸とで囲まれた台形の面積に相当する。
台形ABCDの面積を求める。BC間の時間は80秒なので、

$$\frac{(80+300) \times 30}{2} = 5.7 \times 10^3 \text{ [m]}$$

【5】

地面に対する A, B の速度 \vec{v}_A , \vec{v}_B と相対速度 \vec{v}_{AB} は, 図のように示される。 \vec{v}_A と \vec{v}_{AB} は垂直であり, 三平方の定理から, \vec{v}_B の大きさ v_B は次のように計算される。

$$\begin{aligned} v_B &= \sqrt{v_A^2 + v_{AB}^2} = \sqrt{20^2 + 15^2} \\ &= \sqrt{(4 \times 5)^2 + (3 \times 5)^2} \\ &= 5\sqrt{4^2 + 3^2} = 5\sqrt{25} = 5 \times 5 = \mathbf{25 [m/s]} \end{aligned}$$

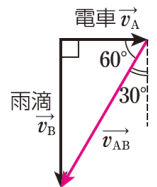


【6】

地面に対する電車の速度を \vec{v}_A , 雨滴の速度を \vec{v}_B , 電車内の人から見た雨滴の相対速度を \vec{v}_{AB} として, これらの関係を図示する。このとき, $\vec{v}_B - \vec{v}_A$ が鉛直方向となす角が 30° であることを利用し, 三角比を用いて \vec{v}_B の大きさ(速さ v_B)を計算する。

地面に対する電車の速度 \vec{v}_A , 雨滴の速度 \vec{v}_B , 電車内から見た雨滴の相対速度 \vec{v}_{AB} は, 図のように示される。このとき, $v_A = 5.0 [m/s]$ であり, ベクトルで描かれた三角形の内角 (\vec{v}_A と \vec{v}_{AB} とのなす角) が 60° となることを利用すると,

$$\begin{aligned} v_B &= v_A \tan 60^\circ = 5.0 \times \sqrt{3} \\ &= 5.0 \times 1.73 = 8.65 [m/s] \quad \mathbf{8.7 m/s} \end{aligned}$$



【7】

(1) $v-t$ グラフの傾きを求めると,
$$a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{2.0 - 0}{4.0 - 0} = \mathbf{0.50 [m/s^2]}$$

(2) 正の向きに最も速がる時刻は, 速度が正から負に変わるとき ($v=0$ のとき) $\mathbf{t=6.0 [s]}$ である。

(3) $v-t$ グラフの面積は移動距離に相当する。 $t=0 \sim 6.0 [s]$ の間に, 物体は正の向きに移動する。

その距離 $x_A [m]$ は,
$$x_A = \frac{6.0 \times 2.0}{2} = \mathbf{6.0 [m]}$$

$t=6.0 \sim 8.0 [s]$ の間に, 物体は負の向きに移動する。その距離 $x_B [m]$ は,
$$x_B = \frac{(8.0 - 6.0) \times 2.0}{2} = \mathbf{2.0 [m]}$$

$t=8.0 [s]$ における位置 $x [m]$ は,
$$x = x_A - x_B = 6.0 - 2.0 = \mathbf{4.0 [m]}$$

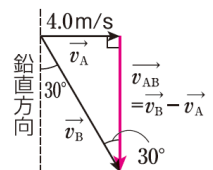
【8】

それぞれの速度は, 図のように示される。ベクトルで描かれた直角三角形において, \vec{v}_B と \vec{v}_{AB} との間の角は 30° であり, $v_A = 4.0 [m/s]$ なので,

$$v_B \sin 30^\circ = v_A$$

$$v_B \times \frac{1}{2} = 4.0$$

$$v_B = \mathbf{8.0 [m/s]}$$



【9】時間 t が与えられていないので、 $v^2 - v_0^2 = 2ax$ を用いて加速度を求める。また、最高点 P における速度は 0 となる。 $v-t$ グラフを描くには、速度 v と時間 t との関係を表す。

(1)

点 O, Q における速度, OQ 間の変位の値を $v^2 - v_0^2 = 2ax$ に代入する。

$$(-4.0)^2 - 6.0^2 = 2 \times a \times 5.0 \quad a = \underline{-2.0[\text{m/s}^2]}$$

(2)

点 P では速度が 0 になるので、 $v = v_0 + at$ から、 $0 = 6.0 - 2.0 \times t \quad t = 3.0[\text{s}] \quad 3.0\text{s}$ 後

OP 間の距離は、 $x = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$ から、

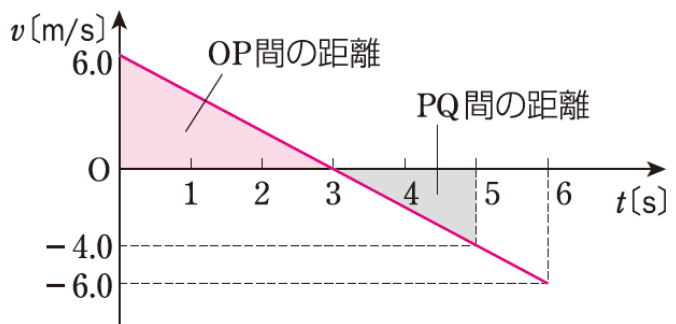
$$x = 6.0 \times 3.0 + \frac{1}{2} \times (-2.0) \times 3.0^2 = \underline{9.0[\text{m}]}$$

(3)

投げてから $t[\text{s}]$ 後の速度 $v[\text{m/s}]$ は、

$$v = v_0 + at \text{ から、} \quad v = 6.0 - 2.0t$$

$v-t$ グラフは、図のようになる。



(4)

$$v = v_0 + at \text{ から、} \quad -4.0 = 6.0 + (-2.0) \times t$$

$$t = 5.0[\text{s}] \quad \underline{5.0\text{s}} \text{ 後}$$

ボールの移動距離は、 $v-t$ グラフから、OP 間の距離と PQ 間の距離を足して求められ、

$$\frac{6.0 \times 3.0}{2} + \frac{(5.0 - 3.0) \times 4.0}{2} = \underline{13.0[\text{m}]}$$

【10】次の各問に答えよ。(基本問題)

(1)

鉛直下向きを正にすると、1.0s 後の速度 $v[\text{m/s}]$ は、自由落下の公式 $v = gt$ から、

$$v = 9.8 \times 1.0 = \underline{9.8[\text{m/s}]}$$

$$\text{落下距離 } y[\text{m}] \text{ は、公式 } y = \frac{1}{2} gt^2 \text{ から、} \quad y = \frac{1}{2} \times 9.8 \times 1.0^2 = \underline{4.9[\text{m}]}$$

(2)

鉛直下向きを正にすると、2.0s 後の速度 $v[\text{m/s}]$ は、鉛直投げおろしの公式 $v = v_0 + gt$ から、

$$v = 10 + 9.8 \times 2.0 = 29.6[\text{m/s}] \quad \underline{30\text{m/s}}$$

落下距離 $y[\text{m}]$ は、公式 $y = v_0 t + \frac{1}{2} gt^2$ から、

$$y = 10 \times 2.0 + \frac{1}{2} \times 9.8 \times 2.0^2 = 39.6[\text{m}] \quad \underline{40\text{m}}$$

(3)

最高点に達するまでの時間を $t[\text{s}]$ とする。最高点では速度が 0 になるから、鉛直投げ上げの公式 $v = v_0 - gt$ に、 $v=0[\text{m/s}]$ 、 $v_0=9.8[\text{m/s}]$ を代入して、 $0=9.8-9.8t$ $t=1.0[\text{s}]$ 1.0s 後
最高点の高さを $h[\text{m}]$ とすると、公式 $y = v_0t - \frac{1}{2}gt^2$ から、 $h = 9.8 \times 1.0 - \frac{1}{2} \times 9.8 \times 1.0^2 = \underline{4.9[\text{m}]}$

(4)

水平投射では、小球は水平方向に等速直線運動をする。速度の水平成分の大きさは、初速のまま一定であり、5.0m/s

鉛直方向には自由落下と同じ運動をするので、公式 $v=gt$ に、 $t=1.0[\text{s}]$ を代入して、 $v=9.8 \times 1.0 = \underline{9.8[\text{m/s}]}$

(5)

斜方投射では、小球は水平方向に等速直線運動をするので、速度の水平成分は、初速度の水平成分と同じままである。したがって、水平成分の大きさは、

$$v_0 \cos \theta = 49 \cos 30^\circ = 49 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 49 \times \frac{1.73}{2} = 42.3 \quad \underline{42\text{m/s}}$$

鉛直方向では、鉛直投げ上げと同じ運動なので、最高点での速度の鉛直成分の大きさは 0m/s となる。

【11】

《Point》

- ①問題文の「静かに落とした」とは、初速度 0 で落下させたという意味である。
- ②ルート of の計算では、ルートの中にある数値を、2 乗の積に整理できる場合がある。

(1)

$$t=2.0[\text{s}] \text{ で水面に達するので、} y = \frac{1}{2}gt^2 \text{ から、} \quad y = \frac{1}{2} \times 9.8 \times 2.0^2 = 19.6[\text{m}] \quad \underline{20\text{m}}$$

(2)

$$t=2.0[\text{s}] \text{ のときの速さは、} v=gt \text{ から、} \quad v=9.8 \times 2.0 = 19.6[\text{m/s}] \quad \underline{20\text{m/s}}$$

(3)

時間 t が与えられていないので、 $v^2=2gy$ の式を用いる。

$$v = \sqrt{2 \times 9.8 \times \frac{19.6}{2}} = \sqrt{2 \times 9.8^2}$$

$$= 9.8\sqrt{2} = 9.8 \times 1.41 = 13.8[\text{m/s}] \quad \underline{14\text{m/s}}$$

【12】

(1)

速度が0となるのが最高点になるので、求める時間 $t[\text{s}]$ は、 $v=v_0-gt$ から、

$$0=9.8-9.8 \times t \quad \underline{t=1.0[\text{s}]}$$

$$\text{求める高さを } y_1[\text{m}] \text{ とすると、} y=v_0t-\frac{1}{2}gt^2 \text{ から、} \quad y=9.8 \times 1.0-\frac{1}{2} \times 9.8 \times 1.0^2 = \underline{4.9[\text{m}]}$$

(2)

求める速さは、投げ上げてから 3.0s 後の速さである。 $v=v_0-gt$ から、

$$v=9.8-9.8 \times 3.0 = -19.6[\text{m/s}] \quad \underline{20\text{m/s}}$$

(負の符号は、速度が鉛直下向きであることを表している。)

(3)

求める高さは、投げ上げてから 3.0s 後の y 座標の大きさである。 $y=v_0t-\frac{1}{2}gt^2$ から、

$$y=9.8 \times 3.0-\frac{1}{2} \times 9.8 \times 3.0^2 = -14.7[\text{m}]$$

これは、屋上を原点としたときの地面の y 座標である。したがって、ビルの高さは 15m

《Point》

y 軸の原点を地面にとるとは限らない。屋上を原点にとって、鉛直上向きを正としているので、地面の座標は負の値で表される。

【13】 投げ出した位置を原点とし、水平右向きに x 軸、鉛直下向きに y 軸をとる。小球の運動は、 x 方向では等速直線運動、 y 方向では自由落下と同じ運動をする。

(1)

$$\text{地面の } y \text{ 座標は } 19.6\text{m} \text{ であるから、} y=\frac{1}{2}gt^2 \text{ を用いて、} \quad 19.6=\frac{1}{2} \times 9.8 \times t^2 \quad t^2=4.0$$

$$t=\pm 2.0[\text{s}] \quad t>0 \text{ なので、} t=-2.0[\text{s}] \text{ は解答に適さない。したがって、} \underline{2.0\text{s}}$$

(2)

地面に達するまで、小球は、水平方向に速さ 14.7m/s の等速直線運動をする。

$$x=v_x t=14.7 \times 2.0=29.4[\text{m}] \quad \underline{29\text{m}}$$

(3)

$$\text{鉛直方向の速度の成分 } v_y \text{ は、} \quad v_y=gt=9.8 \times 2.0 = \underline{19.6[\text{m/s}]}$$

小球の速さ $v[\text{m/s}]$ は、水平方向と鉛直方向の速度を合成し、その大きさとして求められる。

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{14.7^2 + 19.6^2}$$

$$= \sqrt{(4.9 \times 3)^2 + (4.9 \times 4)^2} = 4.9\sqrt{3^2 + 4^2}$$

$$= 4.9 \times 5 = 24.5[\text{m/s}] \quad \underline{25\text{m/s}}$$

【14】 小球は、 x 方向には速さ $20\cos 30^\circ$ [m/s] の等速直線運動をし、 y 方向には初速度 $20\sin 30^\circ$ [m/s] の鉛直投げ上げと同じ運動をする。最高点に達したとき、小球の速度の鉛直成分は 0 であり、投げ上げてから地面に達するまでの時間は、最高点に達するまでの時間の 2 倍となる。

(1)

速度の x 成分、 y 成分は、

$$v_x = 20\cos 30^\circ = 20 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3}$$

$$= 10 \times 1.73 = 17.3 \text{ [m/s]} \quad \underline{17\text{m/s}}$$

$$v_y = v_0 \sin \theta - gt = 20\sin 30^\circ - 9.8 \times 0.20$$

$$= 20 \times \frac{1}{2} - 1.96 = 8.04 \text{ [m/s]} \quad \underline{8.0\text{m/s}}$$

位置の x 座標、 y 座標は、

$$x = v_x t = 17.3 \times 0.20 = 3.46 \text{ [m]} \quad \underline{3.5\text{m}}$$

$$y = v_0 \sin \theta \cdot t - \frac{1}{2} gt^2$$

$$= 20\sin 30^\circ \times 0.20 - \frac{1}{2} \times 9.8 \times 0.20^2$$

$$= 1.80 \text{ [m]} \quad \underline{1.8\text{m}}$$

(2)

求める時間は、 $v_y = 0$ となるときであり、 $v_y = v_0 \sin \theta - gt$ から、

$$0 = 20\sin 30^\circ - 9.8 \times t \quad t = 1.02 \text{ [s]} \quad \underline{1.0\text{s}}$$

(3)

水平方向には等速直線運動をし、地面に達するまでに(2)で求めた時間の 2 倍かかるので、

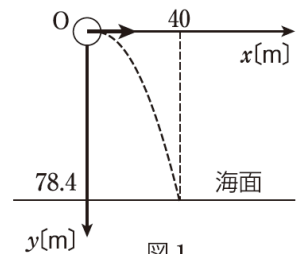
$$x = v_x t = 17.3 \times (1.02 \times 2) = 35.2 \text{ [m]} \quad \underline{35\text{m}}$$

【15】

(1)

投げ出した位置を原点とし、水平右向きに x 軸、鉛直下向きに y 軸をとる(図 1)。小球の鉛直方向の運動は自由落下と同じなので、海面に達するまでの時間を t [s] とすると、公式 $y = \frac{1}{2} gt^2$ に、海面の座標 $y = 78.4$ [m] を代入して、

$$78.4 = \frac{1}{2} \times 9.8t^2 \quad t^2 = 16 \quad t > 0 \text{ なので、} \underline{t = 4.0 \text{ [s]}}$$



(2)

小球の水平方向の運動は、初速度 v_0 [m/s] と同じ速度の等速直線運動である。公式 $x = vt$ で、 $x = 40$ [m]、 $v = v_0$ [m/s]、 $t = 4.0$ [s] を代入して、 $40 = v_0 \times 4.0 \quad \underline{v_0 = 10 \text{ [m/s]}}$

(3)

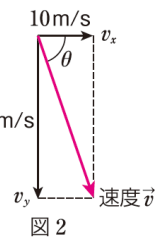
海面に達する直前の小球の速度の水平成分 v_x [m/s] と鉛直成分 v_y [m/s] をそれぞれ求める。水平方向の運動は、等速直線運動なので、 v_x は一定であり、 $v_x = v_0 = 10$ [m/s]

鉛直方向の運動は自由落下なので、公式 $v = gt$ に、 $v = v_y$ [m/s]、 $g = 9.8$ [m/s²]、 $t = 4.0$ [s] を代入し、

$$v_y = gt = 9.8 \times 4.0 = 39.2 \text{ [m/s]}$$

小球の速度はこれらの速度成分を合成したもので、図 2 の \vec{v} のようになる。 \vec{v} と水平方向とのなす角を θ としたとき、

$$\tan \theta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{39.2}{10} = 3.92 \quad \underline{\underline{3.9}}$$



【16】

(1)

点 P を原点とし、水平右向きに x 軸、鉛直上向きに y 軸をとる(図)。鉛直方向の運動は鉛直投げ上げと同じであり、最高点では速度の鉛直成分が 0 となる。鉛直投げ上げの公式 $v = v_0 - gt$ で、 $v_0 = 19.6$ [m/s]、 $v = 0$ [m/s] から、最高点に達するまでの時間 t_1 [s] は、

$$0 = 19.6 - 9.8 \times t_1 \quad \underline{\underline{t_1 = 2.0 \text{ [s]}}}$$

また、最高点の高さ y [m] は、鉛直投げ上げの公式 $y = v_0 t - \frac{1}{2} gt^2$ で、 $v_0 = 19.6$ [m/s]、 $t = t_1 = 2.0$ [s] から、

$$y = 19.6 \times 2.0 - \frac{1}{2} \times 9.8 \times 2.0^2 = 19.6 \text{ [m]} \quad \underline{\underline{20 \text{ m}}}$$

(2)

小球の水平方向の運動は等速直線運動なので、速度の水平成分は初速度の水平成分と同じであり、10m/s となる。

また、小球が Q に達するまでの時間 t_2 [s] は、鉛直投げ上げの公式 $y = v_0 t - \frac{1}{2} gt^2$ で、 $y = 0$ [m]、 $v_0 = 19.6$ [m/s] として、

$$0 = 19.6 t_2 - \frac{1}{2} \times 9.8 \times t_2^2 \quad t_2(t_2 - 4) = 0 \quad t_2 = 0, 4$$

$t_2 = 0$ は投げ上げたときなので不適である。 $t_2 = 4.0$ [s]

これを $v = v_0 - gt$ に代入すると、求める速度の鉛直成分 v は、

$$v = 19.6 - 9.8 \times 4.0 = -19.6 \text{ [m/s]} \quad \underline{\underline{\text{鉛直下向きに } 20 \text{ m/s}}}$$

(3)

PQ 間の距離を x [m] とすると、水平方向の運動は等速直線運動なので、公式 $x = vt$ に $v = 10$ [m/s]、 $t = 4.0$ [s] を代入する。

$$x = 10 \times 4.0 = \underline{\underline{40 \text{ [m]}}}$$

【17】

(1)

問題図から、 $\underline{V_x = V_0 \cos \theta}$ 、 $\underline{V_y = V_0 \sin \theta}$

(2)

v_x は初速度の x 成分と同じであり、 $\underline{v_x = V_0 \cos \theta}$

v_y は鉛直投げ上げの公式 $v = v_0 - gt$ を用いて、 $v_0 = V_y = V_0 \sin \theta$ から、

$$\underline{v_y = V_0 \sin \theta - gt}$$

(3)

位置の座標 x を求めるには、等速直線運動の公式 $x = vt$ を用いて、 $v = v_x = V_0 \cos \theta$ から、 $x = V_0 \cos \theta \times t = V_0 t \cos \theta$

位置の座標 y を求めるには、鉛直投げ上げの公式 $y = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2$ を用いて、 $v_0 = V_y = V_0 \sin \theta$ から、
 $y = V_0 \sin \theta \times t - \frac{1}{2}gt^2 = V_0 t \sin \theta - \frac{1}{2}gt^2$ $(V_0 t \cos \theta, V_0 t \sin \theta - \frac{1}{2}gt^2)$

(4)

最高点では $v_y = 0$ である。(2)で求めた v_y の式を用いて、時刻 t_1 は、

$$v_y = V_0 \sin \theta - gt \quad 0 = V_0 \sin \theta - gt_1 \quad t_1 = \frac{V_0 \sin \theta}{g}$$

最高点の座標 x_1 は、(3)で求めた x の式に t_1 を代入して求められる。

$$\begin{aligned} x_1 &= V_0 t_1 \cos \theta = V_0 \times \frac{V_0 \sin \theta}{g} \times \cos \theta \\ &= \frac{V_0^2 \sin \theta \cos \theta}{g} = \frac{V_0^2 \sin 2\theta}{2g} \end{aligned}$$

また、最高点の座標 y_1 は、(3)で求めた y の式に t_1 を代入して、

$$\begin{aligned} y_1 &= V_0 \times t_1 \sin \theta - \frac{1}{2}gt_1^2 \\ &= V_0 \times \frac{V_0 \sin \theta}{g} \times \sin \theta - \frac{1}{2}g \left(\frac{V_0 \sin \theta}{g} \right)^2 = \frac{V_0^2 \sin^2 \theta}{2g} \end{aligned}$$

(5)

再び地面に落下したときは $y = 0$ なので、 $y_2 = 0$ となる。(3)で求めた y の式に $y = y_2 = 0$ 、 $t = t_2$ を代入すると、時刻 t_2 は、

$$0 = V_0 t_2 \sin \theta - \frac{1}{2}gt_2^2 = t_2 \left(V_0 \sin \theta - \frac{1}{2}gt_2 \right)$$

$t_2 = 0$ は投げ上げたときなので、解答に適さない。 $t_2 = \frac{2V_0 \sin \theta}{g}$

また、(3)で求めた x の式に $x = x_2$ 、 $t = t_2 = \frac{2V_0 \sin \theta}{g}$ を代入すると、座標 x_2 は、

$$\begin{aligned} x_2 &= V_0 t_2 \cos \theta = V_0 \times \frac{2V_0 \sin \theta}{g} \times \cos \theta \\ &= \frac{2V_0^2 \sin \theta \cos \theta}{g} = \frac{V_0^2 \sin 2\theta}{g} \end{aligned}$$

【18】

小球 A の落下距離は、自由落下の公式を用いて求める。また、小球 B の高さは、鉛直投げ上げの公式を用いて求める。両者が衝突した地点では、 $y_A + y_B = h$ の関係が成り立っており、(1)、(2)の結果を利用する。

(1)

$$\text{落下距離 } y_A \text{ は, } y_A = \frac{1}{2}gt^2$$

(2)

$$\text{高さ } y_B \text{ は, } y_B = v_0t - \frac{1}{2}gt^2$$

(3)

衝突した地点では、 $y_A + y_B = h$ の関係が成り立つ。(1)、(2)の結果を用いて、

$$\frac{1}{2}gt^2 + v_0t - \frac{1}{2}gt^2 = h \quad t = \frac{h}{v_0}$$

これを(2)の y_B の式に代入して、

$$y = v_0 \times \frac{h}{v_0} - \frac{1}{2}g \times \left(\frac{h}{v_0}\right)^2 = h - \frac{gh^2}{2v_0^2}$$