1 指数

10＝10^1，10×10＝10^2，10×10×10＝10^3，…のように，10 を n 個かけあわせたものを 10^n とかき，n を 10^n の指数という。n を正の整数とし，10^0，10^{-n} は次のように定められる。

$10^0=1$ …①　　　　$10^{-n}=\frac{1}{10^n}$ …②

〈例〉 $3\underbrace{00000000}_{0\text{が}8\text{個}} = 3\times10^8$　　　$\underbrace{0.000000000}_{0\text{が}10\text{個}}5 = 5\times10^{-10}$

●指数計算の法則　m，n を整数として，次の関係が成り立つ。

$10^m\times10^n=10^{m+n}$ …③　　$10^m\div10^n=10^{m-n}$ …④　　$(10^m)^n=10^{m\times n}$ …⑤

2 有効数字とその計算

①有効数字　測定で得られた意味のある数字。有効数字の桁数を明確にするため, 物理量の数値は, □×10^n の形で表される(1≦□＜10)。

②測定値の計算　測定値の計算では，計算結果にも誤差が含まれるため，有効数字の桁数を考慮しなければならない。

(a)　足し算・引き算　計算結果の末位を，最も末位の高いものにそろえる。

〈例〉 12.1〔cm〕＋2.55〔cm〕＝14.65〔cm〕　　14.7cm

最も末位の高い数値は 12.1 である。計算結果 14.65 の末位をこの数値にそろえるためには，小数第 2 位の 5 を四捨五入して，14.7 とする。

```
   1 2.1
+)   2.5 5
---------
   1 4.6 5
       7
```
▢：誤差を含む部分

(b)　掛け算・割り算　計算結果の桁数を，有効数字の桁数が最も少ないものにそろえる。

〈例〉 45.1〔cm〕×6.8〔cm〕＝306.68〔cm^2〕　　$3.1\times10^2cm^2$

有効数字の桁数が最も少ない数値は 6.8 である。計算結果 306.68 の桁数をこの桁数にそろえるためには，1 の位の 6 を四捨五入して，310＝3.1×10^2 とする。

```
     4 5.1
×)     6.8
-----------
     3 6.0 8
   2 7 0.6
-----------
   3 0 6.6 8
     1
```

(c)　定数を含む計算　π や$\sqrt{2}$のような定数は，測定値の桁数よりも 1 桁多くとって計算する。

〈例〉 $\pi\times1.34=3.141\times1.34=4.208\cdots$　　4.21

測定値 1.34 の有効数字は 3 桁であるため，円周率を表す π は，有効数字を 4 桁として計算する。計算結果 4.208…の有効数字は 3 桁になるため，小数第 3 位を四捨五入して，4.21 とする。

途中計算の結果は，有効数字の桁数よりも 1 桁多くとり，最後に有効数字の桁数にあわせる。また，円周を表す式 $2\pi r$(r は円の半径)の 2 のような数値は, 正確な値であり, 有効数字を考慮しなくてよい。

2 年生からは有効数字の書き方が正しくないと、正解とはしません。

例　有効数字 2 桁の問題で計算結果が「398」となった場合

4.0×10^2(正解)　**3.9×10^2**(不正解)　**398**(不正解)　**400**(不正解)

※ただし、「10^1」や「10^{-1}」は使わないことが多い。

例　有効数字 2 桁の問題で計算結果が「50」「0.6」となった場合

5.0×10、6.0×10^{-1} とは書かず、**50**、**0.60** と答える。

【1】次の測定値について，有効数字の桁数を示せ。

0 以外の測定値が書かれているところから桁数を考える。

例　2.5→2 桁　2.50→3 桁　0.002→1 桁
0.00250→3 桁

(1)　316　→　3 桁

(2)　5.0　→　2 桁

(3)　1200.0　→　5 桁

(4)　0.00012　→　2 桁

(5)　3.0×10^{9}　→　2 桁

(6)　1.50×10^{-6}　→　3 桁

【2】次に示す数値は，測定値の計算によって得られたものである。有効数字が 2 桁，3 桁の場合に，各数値はどのように表されるか。数値を四捨五入し，$\square\times10^{n}$ の形でそれぞれ表せ。ただし，$1\leqq\square<10$ とする。

例　10875.44

2 桁　1.1×10^{4}

3 桁　1.09×10^{4}

(1)　9.80665

2 桁　9.8

3 桁　9.81

(2)　2.99792458

2 桁　3.0

3 桁　3.00

(3)　0.000165521

2 桁　1.7×10^{-4}

3 桁　1.66×10^{-4}

【3】有効数字の桁数に注意して，次の測定値の計算をせよ。

(1)　2.6＋1.6
=4.2

4.2

(2)　5.1＋3.56
=8.66

8.7

(3)　4.2－0.6
=3.6

3.6

(4)　2.0×3.0
=6

6.0

(5)　1.75×2.1
=3.675

3.7

(6)　2.0÷3.0
=0.6666…

0.67

(7)　2.00÷3.0
=0.6666…

0.67

(8)　1.5÷0.80
=1.875

1.9

足し算・引き算では，計算結果の末位を，最も末位の高いものに四捨五入してそろえる。掛け算・割り算では，計算結果の桁数を，有効数字の桁数が最も少ないものに四捨五入してそろえる。

【4】有効数字の桁数に注意して，次の測定値の計算をせよ。ただし，円周率$\pi = 3.1415\cdots$，$\sqrt{2} = 1.4142\cdots$，$\sqrt{3} = 1.7320\cdots$とする。

(1)　$3.0 \times \pi$

$= 3.0 \times 3.14$

$= 9.42$　　**<u>9.4</u>**

πや$\sqrt{2}$のような定数は，測定値の桁数よりも１桁多くとって計算し，四捨五入して測定値の桁数にあわせる。

(2)　$\sqrt{2} \times 4.00$

$= 1.414 \times 4.00$

$= 5.656$　　**<u>5.66</u>**

(3)　$4.0 \times \sqrt{3}$

$= 4.0 \times 1.73$

$= 6.92$　　**<u>6.9</u>**

【5】有効数字の桁数に注意して，次の測定値の計算をせよ。

(1)　$3.2 \times 10^2 + 2.5 \times 10^2$

$= (3.2 + 2.5) \times 10^2$

$= 5.7 \times 10^2$

<u>5.7×10^2</u>

(2)　$4.75 \times 10^3 + 2.7 \times 10^4$

$= 0.475 \times 10^4 + 2.7 \times 10^4$

$= (0.475 + 2.7) \times 10^4$

$= 3.175 \times 10^4$

<u>3.2×10^4</u>

(3)　$5.1 \times 10^4 - 2.4 \times 10^4$

$= (5.1 - 2.4) \times 10^4$

$= 2.7 \times 10^4$

<u>2.7×10^4</u>

(4)　$(6.0 \times 10^5) \times (2.5 \times 10^2)$

$= (6.0 \times 2.5) \times 10^{5+2}$

$= 15 \times 10^7$

$= 1.5 \times 10^8$

<u>1.5×10^8</u>

(5)　$(4.15 \times 10^3) \times (2.0 \times 10^6)$

$= (4.15 \times 2.0) \times 10^{3+6}$

$= 8.30 \times 10^9$

<u>8.3×10^9</u>

(6)　$(9.6 \times 10^6) \div (1.6 \times 10^3)$

$= (9.6 \div 1.6) \times 10^{6-3}$

$= 6.0 \times 10^3$

<u>6.0×10^3</u>

(7)　$(7.50 \times 10^4) \div (1.5 \times 10^2)$

$= (7.50 \div 1.5) \times 10^{4-2}$

$= 5.00 \times 10^2$

<u>5.0×10^2</u>

【6】等加速度直線運動をする物体ついて、**右向きを正として**次の問に答えよ。向きは正負の符号で答えること。

等加速度直線運動 3 つの公式

- $v = v_0 + at$
- $x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$
- $v^2 - {v_0}^2 = 2ax$

(1)　右向きに速さ 1.0m/s で進んでいた物体が、右向きの加速度 2.0m/s² で運動した。3.0 秒後の物体の速度は何 m/s か。

$v = v_0 + at$より

$v = 1.0 + 2.0 \times 3.0$

$v = 7.0$

<u>7.0[m/s]</u>

(2)　静止している物体が、右向きの加速度 2.0m/s² で運動した。2.5 秒後の物体の速度は何 m/s か。

$v = v_0 + at$より

$v = 0 + 2.0 \times 2.5$

$v = 5.0$

<u>5.0[m/s]</u>

(3)　右向きに速さ 3.0m/s で進んでいた物体が、一定の加速度で運動し、右に 1.0m 移動して静止した。加速度は何 m/s² か。

$v^2 - {v_0}^2 = 2ax$より

$0^2 - 3.0^2 = 2 \times a \times 1.0$

$a = -4.5$

<u>－4.5[m/s²]</u>

(4)　右向きに速さ 2.0m/s で進んでいた物体が、一定の加速度で運動し、4.0 秒後に左向きに速さ 14m/s になった。加速度は何 m/s² か。

$v = v_0 + at$より

$(-14) = 2.0 + a \times 4.0$

$a = -4.0$

<u>－4.0[m/s²]</u>

(5)　右向きに速さv[m/s]で進んでいた物体が、一定の加速度で運動し、4.0 秒後に左向きに速さ$7v$[m/s]になった。加速度は何 m/s² か。

※計算結果に文字が含まれる場合は、有効数字は考慮しなくてよい。

例　計算結果が「$5x$」となった場合

$\mathbf{5.0}\boldsymbol{x}$(不正解)　<u>$\mathbf{5}\boldsymbol{x}$</u>(正解)

$v = v_0 + at$より

$-7v = v + a \times 4.0$

$a = -2v$

<u>$-2v$[m/s²]</u>

(6)　右向きに速さ 2.0m/s で進んでいた物体が、右向きの加速度 3.0 m/s² で 4.0 秒間運動した。この間の変位は何 m か。

$x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$より

$x = 2.0 \times 4.0 + \frac{1}{2} \times 3.0 \times 4.0^2$

$x = 32$

<u>32[m]</u>

(7)　右向きに速さn[m/s]で進んでいた物体が、右向きの加速度n[m/s²]で 4.0 秒間運動した。この間の変位は何 m か。

$x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$より

$x = n \times 4.0 + \frac{1}{2} \times n \times 4.0^2$

$x = 12n$

<u>$12n$[m]</u>

(8)　左向きに速さ 6.0m/s で進んでいた物体が、右向きの加速度 2.0 m/s² で運動し、静止した。この間の変位は何 m か。

$v^2 - {v_0}^2 = 2ax$より

$0^2 - (-6.0)^2 = 2 \times 2.0 \times x$

$x = -9.0$

<u>−9.0[m]</u>

(9)　左向きに速さ$3c$[m/s]で進んでいた物体が、右向きの加速度c[m/s²]で運動し、静止した。この間の変位は何 m か。

$v^2 - {v_0}^2 = 2ax$より

$0^2 - (-3c)^2 = 2 \times c \times x$

$x = -4.5c$

<u>$-4.5c$[m]</u>

(10)　左向きに速さ 3.0m/s で進んでいた物体が、右向きの加速度 1.5 m/s² で運動し、右向きに速さ 6.0m/s になった。この間の時間は何 s か。

$v = v_0 + at$より

$6.0 = (-3.0) + 1.5 \times t$

$t = 6.0$

<u>6.0[s]</u>

(11)　左向きに速さd[m/s]で進んでいた物体が、右向きの加速度f[m/s²]で運動し、右向きに速さ$3e$[m/s]になった。この間の時間は何 s か。

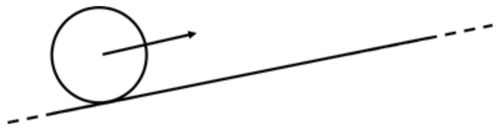
$v = v_0 + at$より

$3e = (-d) + f \times t$

$$t = \frac{3e + d}{f}$$

$$\boldsymbol{\frac{3e + d}{f}}[\mathbf{s}]$$

【7】図のように小球を斜面にそって上向きに転がしたとき、はじめは速さ 4.0m/s で上っていたが、3.0s 後には斜面にそって下向きに速さ 2.0m/s となった。**斜面にそって上向きを正として、**小球が一定の加速度で運動するとき、次の問に答えよ。



(1)　小球の加速度はどちら向きに何 m/s² か。

$v = v_0 + at$より

$-2.0 = 4.0 + a \times 3.0$

$a = -2.0$

<u>斜面にそって下向きに 2.0[m/s²]</u>

(2)　小球の速さが 0 になるのは、小球が進み始めてから何 s 後か。

$v = v_0 + at$より

$0 = 4.0 + (-2.0) \times t$

$t = 2.0$

<u>2.0[s]後</u>

(3)　小球がスタート地点から最も斜面を上ったとき、小球は何 m 進んだか。

最も斜面を上ったとき、$v = 0$なので、

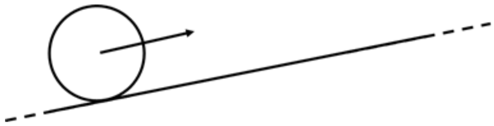
$v^2 - {v_0}^2 = 2ax$より

$0^2 - 4.0^2 = 2 \times (-2.0) \times x$

$x = 4.0$

<u>4.0[m]</u>

【8】図のように小球を斜面にそって上向きに転がしたとき、はじめは速さ$6v$[m/s]で上っていたが、i[s]後には斜面にそって下向きに速さ$2v$[m/s]となった。**斜面にそって上向きを正として、**小球が一定の加速度で運動するとき、次の問に答えよ。



(1)　小球の加速度は何 m/s² か。向きは正負の符号で答えること。

$v = v_0 + at$より

$-2v = 6v + a \times i$

$a = -\frac{8v}{i}$

$\boldsymbol{-\frac{8v}{i}}$ **[m/s²]**

(2)　小球の速さが 0 になるのは、小球が進み始めてから何 s 後か。

$v = v_0 + at$より

$0 = 6v + \left(-\frac{8v}{i}\right) \times t$

$t = \frac{3i}{4}$

$\boldsymbol{\frac{3i}{4}}$ **[s]**

(3)　小球がスタート地点から最も斜面を上ったとき、小球は何 m 進んだか。

最も斜面を上ったとき、$v = 0$なので、

$v^2 - {v_0}^2 = 2ax$より

$0^2 - (6v)^2 = 2 \times \left(-\frac{8v}{i}\right) \times x$

$x = \frac{9i}{4}$

$\boldsymbol{\frac{9i}{4}}$ **[m]**

【9】落下する物体の運動について、次の問に答えよ。ただし、重力加速度の大きさを 9.8m/s² とする。

(1)　ある高さから小球を自由落下させると、1.0 秒後に地面に達した。この小球は何 m の位置から落下させたか。

$y = \frac{1}{2}gt^2$より

$y = \frac{1}{2} \times 9.8 \times 1.0^2$

$y = 4.9$

4.9[m]

(2)　19.6m の高さから小球を自由落下させると、手を放してから何秒後に地面に達するか。

$y = \frac{1}{2}gt^2$より

$19.6 = \frac{1}{2} \times 9.8 \times t^2$

$t = 2.0$

2.0[s]

(3)　ある高さから小球を静かに離すと、地面に達する直前の速さが 28m/s になった。この小球は何 m の位置から落下させたか。

「静かに」ということは$v_0 = 0$

$v^2 = 2gy$より

$28^2 = 2 \times 9.8 \times y$

$y = 40$

40[m]

(4)　ある高さから小球を 0.20m/s の速さで真下に投げ下ろすと、1.0 秒後に地面に達した。この小球の地面に達する直前の速さは何 m/s か。

$v = v_0 + gt$より

$v = 0.2 + 9.8 \times 1.0$

$v = 10$

10[m/s]

(5)　ある高さから小球を 0.20m/s の速さで真下に投げ下ろすと、1.0 秒後に地面に達した。この小球は何 m の位置から投げ下ろされたか。

$y = v_0t + \frac{1}{2}gt^2$より

$y = 0.2 \times 1.0 + \frac{1}{2} \times 9.8 \times 1.0^2$

$y = 5.1$

<u>**5.1[m]**</u>

(6)　ある高さから小球を 9.8m/s の速さで真下に投げ下ろすと、地面に達する直前の速さが 29.4m/s になった。投げ下ろされてから地面に達するまでの時間は何秒か。

$v = v_0 + gt$より

$29.4 = 9.8 + 9.8 \times t$

$t = 2.0$

<u>**2.0[s]**</u>

(7)　小球を地面から 29.4m/s の速さで真上に投げ上げた。2.0 秒後の速さは、どちら向きに何 m/s か。ただし、鉛直上向きを正とする。

$v = v_0 - gt$より

$v = 29.4 - 9.8 \times 2.0$

$v = 9.8$

<u>**鉛直上向きに 9.8[m/s]**</u>

(8)　小球を地面から 9.8m/s の速さで真上に投げ上げた。最高点の高さは地上何 m か。

最高点では$v = 0$なので、

$v^2 - {v_0}^2 = -2gy$より

$0^2 - 9.8^2 = -2 \times 9.8 \times y$

$y = 4.9$

<u>**4.9[m]**</u>

【10】速さ 19.6m/s で地面から小球を真上に投げ上げた。次の問いに答えよ。ただし、鉛直上向きを正とし、重力加速度の大きさを 9.8m/s² とする。

(1)　小球が最高点に達するのは、投げ上げてから何秒後か。

最高点では$v = 0$なので、

$v = v_0 - gt$より

$0 = 19.6 - 9.8 \times t$

$t = 2.0$

<u>**2.0[s]**</u>

(2)　最高点の高さは地上何 m か。

$y = v_0t - \frac{1}{2}gt^2$より

$y = 19.6 \times 2.0 - \frac{1}{2} \times 9.8 \times 2.0^2$

$y = 19.6$

<u>**20[m]**</u>

(3)　小球が再び地面に戻ってくるのは、投げ上げてから何秒後か。

再び地面に戻ってくるので

$y = 0$

$y = v_0t - \frac{1}{2}gt^2$より

$0 = 19.6 \times t - \frac{1}{2} \times 9.8 \times t^2$

$0 = 19.6t - 4.9t^2$

$4.9t^2 - 19.6t = 0$

$t^2 - 4t = 0$

$t(t - 4) = 0$

$t = 0, 4$

$t = 0$は不適切なので、

$t = 4$

<u>**4.0[s]後**</u>

(4)　小球が地面に達する時の速度は何 m/s か。向きは正負の符号で表せ。

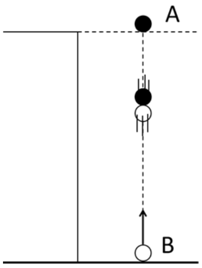
$v = v_0 - gt$より

$v = 19.6 - 9.8 \times 4.0$

$v = -19.6$

<u>**－20[m]**</u>

【11】高さ 52.6[m]のビルの屋上から小球Aを静かに離すと同時に、地面から小球 B を真上に速さ26.3[m/s]で投げ上げると、2.0[s]後に 2 つの小球は空中で衝突した。次の各問に答えよ。ただし、重力加速度の大きさを 9.8[m/s²]とする。



(1)　2.0[s]経過後の、A の屋上からの落下距離は何[m]か。

$y=\frac{1}{2}gt^2$より

$y=\frac{1}{2}\times 9.8\times 2.0^2$

$y=19.6$

20[m]

(2)　2.0[s]経過後の、B の地面からの高さは何[m]か。

$y=v_0t-\frac{1}{2}gt^2$より

$y=26.3\times 2.0-\frac{1}{2}\times 9.8\times 2.0^2$

$y=33$

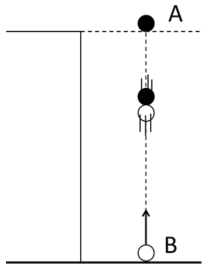
33[m]

(3)　衝突した地点の地面からの高さは何[m]か。

問題文に「2.0[s]後に 2 つの小球は空中で衝突した」とあるので、(2)より、

33[m]

【12】高さ h[m]のビルの屋上から小球Aを静かに離すと同時に、地面から小球B を真上に速さv_0[m/s]で投げ上げると、t[s]後に 2 つの小球は空中で衝突した。次の各問に答えよ。ただし、重力加速度の大きさをg[m/s²]とする。



(1)　t[s]経過後の、A の屋上からの落下距離は何[m]か。

$y=\frac{1}{2}gt^2$より

$y=\frac{1}{2}\times g\times t^2$

$y=\frac{1}{2}gt^2$

$\boldsymbol{\frac{1}{2}gt^2}$**[m]**

(2)　t[s]経過後の、B の地面からの高さは何[m]か。

$y=v_0t-\frac{1}{2}gt^2$より

$y=v_0t-\frac{1}{2}gt^2$

$\boldsymbol{v_0t-\frac{1}{2}gt^2}$

(3)　衝突した地点の地面からの高さは何[m]か。

衝突したとき、「A の屋上からの落下距離」と「B の地面からの高さ」の和がビルの高さになるので、(1)、(2)より、

$\left(\frac{1}{2}gt^2\right)+\left(v_0t-\frac{1}{2}gt^2\right)=h$

$t=\frac{h}{v_0}$

これを(2)に代入し、

$y=v_0\times\frac{h}{v_0}-\frac{1}{2}\times g\times\left(\frac{h}{v_0}\right)^2$　→　$\boldsymbol{y=h-\frac{gh^2}{2{v_0}^2}}$